

## METODICA INTRODUCERII NOIUNII DE RECURSIVITATE PRIN UTILIZAREA GRAFICII

Eugeniu Cabac, *doctor, lector superior universitar*  
Universitatea de Stat „Alecu Russo” din Bălți

**Abstract:** *Students have difficulties in studying recursion. In order to facilitate the understanding of the mechanism of recursion we apply the visualization method based on the use of the “turtle graphic”. In this article we propose a set of problems that can be solved using recursive algorithms.*

**Key words:** *recursion, “turtle graphic”, fractal, visualization method.*

Recursivitatea este un concept fundamental în matematică și informatică. În domeniul informaticii, utilizarea frecventă a termenului de recursivitate a început la sfârșitul anilor '80 din secolul trecut odată cu apariția limbajelor de programare, care permiteau scrierea programelor recursive. Astăzi cunoașterea recursivității este una dintre cerințele de bază pentru programatori.

Recursivitatea este un mecanism general de elaborare a programelor. Apariția recursivității în programare se datorează necesității practice de a transcrie direct formule matematice recursive. Orice subprogram, procedură sau funcție care se autoapelează (direct sau indirect) se numește recursiv, iar mecanismul utilizat în ele – recursivitate.

Algoritmii recursivi au la bază un mecanism de gândire diferit de cel obișnuit. Aceasta creează dificultăți în procesul de predare și învățare.

Majoritatea profesorilor aplică la predarea noțiunilor recursive algoritmi clasici, de exemplu, calculul unui număr din șirul Fibonacci sau calculul factorialului. Neajunsul

principal al acestei metode constă în faptul că elevii trebuie să-și închipuie mecanismul de lucru și mulți dintre ei întâmpină dificultăți la acest procedeu.

O variantă propusă de A. A. Duvanov [1] constă în utilizarea graficii pentru introducerea noțiunii de recursivitate. Utilizarea graficii permite de a facilita în alegerea mecanismelor de recursivitate prin vizualizarea fiecărui pas. Creând un fundament de bază pentru înțelegerea mecanismului de recursivitate cu ajutorul elementelor grafice, se poate apoi trece la rezolvarea problemelor și la prelucrarea recursivă a listelor și tabelor.

În cadrul cursului școlar de informatică din Republica Moldova nu este prevăzută studierea graficii computaționale. Pentru a respecta curriculumul în vigoare se poate utiliza un modul cu grafica «broscu ei estoase».

Grafica «broscu ei estoase» este un principiu de organizare a bibliotecii grafice bazat pe metafora «broscu estoas»: un element imaginar, care se mișcă pe ecran și poate schimba direcția de mișcare la solicitare, lăsând sau nu în urmă o linie corespunzătoare mișcărilor efectuate. Inițial, grafica «broscu ei estoase» a fost aplicată la realizarea limbajului Logo, iar, în continuare, este aplicată în diverse biblioteci grafice și sisteme de programare.

Mecanismul de dirijare a «broscu ei estoase» este bazat pe sistemul polar de coordonate, centrul circular corespunde cu poziția curentă, iar direcția axei polare coincide cu direcția curentă. Astfel, pentru descrierea stării curente avem nevoie de următoarele valori:

- poziția curentă;
- direcția curentă;
- starea penii (această informație indică dacă «broscu a estoas» lasă sau nu «urmă» la mișcare).

Instrucțiunile de bază sunt următoarele:

- mișcare cu  $n$  pași;
- rotire cu  $g$  grade;
- ridicare/coborâre penii.

Pentru simplitate, modulul «broscu ei estoase» poate fi elaborat de profesor în limbajul Pascal (sau alt limbaj care este studiat conform programei), elevii studiind doar trei instrucțiuni de dirijare a «broscu ei estoase».

Pentru studiul recursivității cu ajutorul graficii «broscu ei estoase» pot fi utilizate multe figuri cunoscute în matematică.

### 1. «Fulgul lui Koch»

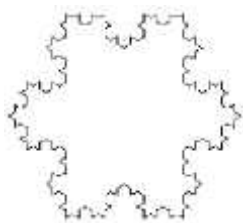


Fig. 1. *Fulgul Koch*

Acest «fulg» este numit în cinstea matematicianului suedez Niels Fabian Helge von Koch (1870-1924). Construirea acestei figuri este bazată pe un triunghi echilateral și o regulă conform căreia fiecare segment este înlocuit cu o construcție (fig. 2) la care lungimea segmentelor este de trei ori mai mică decât lungimea segmentului inițial.



Fig. 2. Fragmentul elementar al «fulgului Koch»

Se recomandă, din punct de vedere metodic, de a prezenta elevilor procedura de desenare a «fulgului Koch» și a fragmentului elementar, iar după aceasta - de a discuta conținutul problemei [2].

Elevii trebuie familiarizați cu parametrii procedurii de desenare. Primul parametru, *lungimea segmentului inițial*, se introduce foarte ușor. Acest parametru influențează dimensiunile «fulgului Koch». Pentru introducerea parametrului al doilea, *numărului de iterații* se poate aplica următoarea metaforă.

Figura respectiv se modifică cu timpul (de exemplu, 1 an). Modificarea tuturor segmentelor conform regulii descrise se organizează într-un an. Astfel, putem observa «fulgul Koch» la «vârsta» de 1 an, 2 ani etc.

Similar se pot construi curbele Gilbert și Gosper [3].

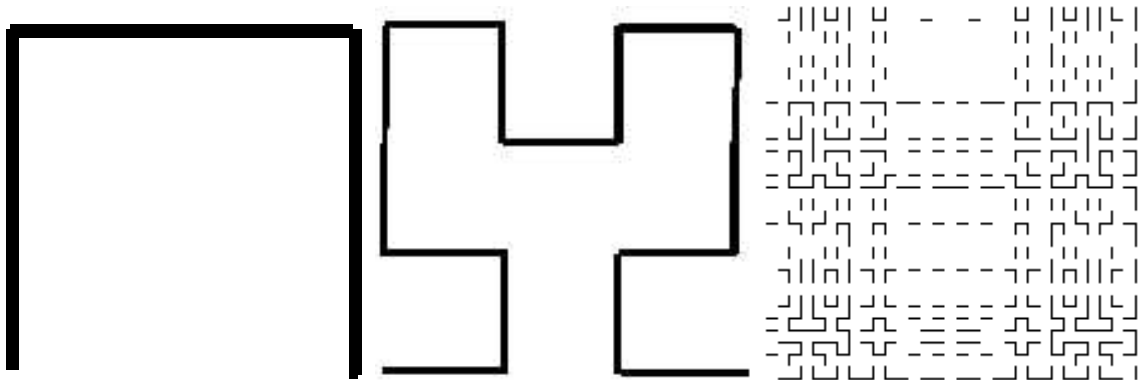


Fig. 3. Curba lui Gilbert.

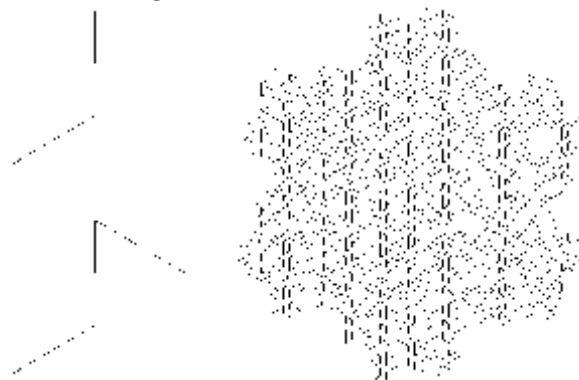


Fig. 4. Curba Gosper

## 2. Arborele lui Pitagora

Demonstrând teorema sa renumită, Pitagora a desenat pe laturile triunghiului dreptunghic dat (fig. 5).

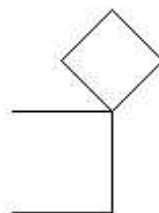


Fig. 5. Desenul lui Pitagora

Dacă acest proces este continuat se obține arborele lui Pitagora (fig. 6).

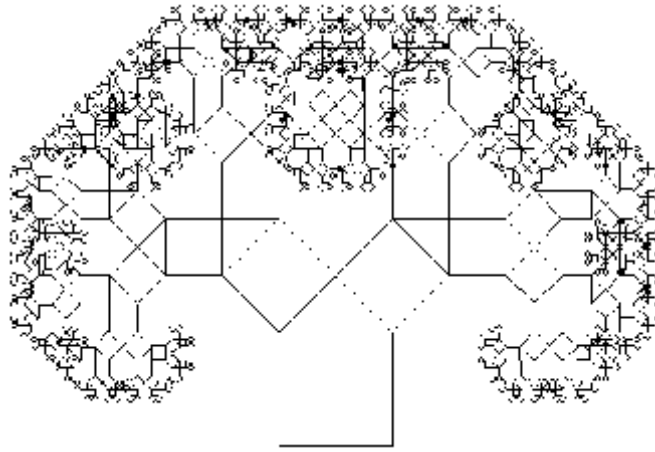


Fig. 6. Arborele lui Pitagora

Similar cu arborele lui Pitagora pot fi elabora i algoritmi recursivi pentru ob inerea urm toarelor figuri:



Fig. 7. Exemple de arbori ob inuti prin algoritmi recursivi

Grafica recursiv posed dou caliti importante. Primo, figurile ob inute impresioneaz . Secundo, codul pentru algoritmul recursiv este relativ simplu.

Utilizarea elementelor grafice la studierea no iunii de recursivitate permite elevilor de a «vedea» erorile. Dac figura nu va corespunde cu rezultatul a teptat, atunci se pot determina, dup devierile de pe figur , erorile comise n codul algoritmului recursiv.

#### BIBLIOGRAFIE:

1. . . . . 5-9 . . . . . 2005.
2. Shelley T., *An evaluation of instructional methods for teaching recursion*. [online]. Disponibil pe Internet: <<http://www.csustan.edu/honors/documents/journals/Stirrings/Shelley.pdf>>
3. [online]. Disponibil pe Internet: <<http://fractalworld.xaoc.ru/>>